Rezolvarea testului de evaluare națională ce sa susținut de elevii claselor a VIII-a în 12. mai. 2010 la proba scrisă „Matematică"

Subiectul 1.

① $2+4:2=2+2=4$

② $m_a=\frac{2+8}{2}=\frac{10}{2}=5$

③ $A=\{1;2;3\}$

$B=\{3;4\}$

$C=A\cap B=\{x \mid x\in A \text{ și } x\in B\}=\{3\}$

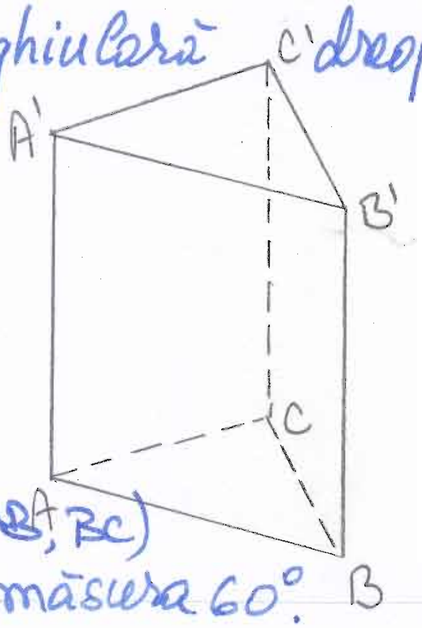
④ fie ABC = Δ echilateral cu latura $l=4m$

Aria suprafeței triunghiului este:

$$\left.\begin{array}{l} S=\frac{l\cdot l\cdot \sin 60^\circ}{2} \\ \sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{S=l^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}}$$

Numeric $S=(4m)^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \boxed{S=4\sqrt{3}\,m^2}$

⑤ ABCA'B'C' prismă triunghiulară dreaptă



ABC = Δ echilateral

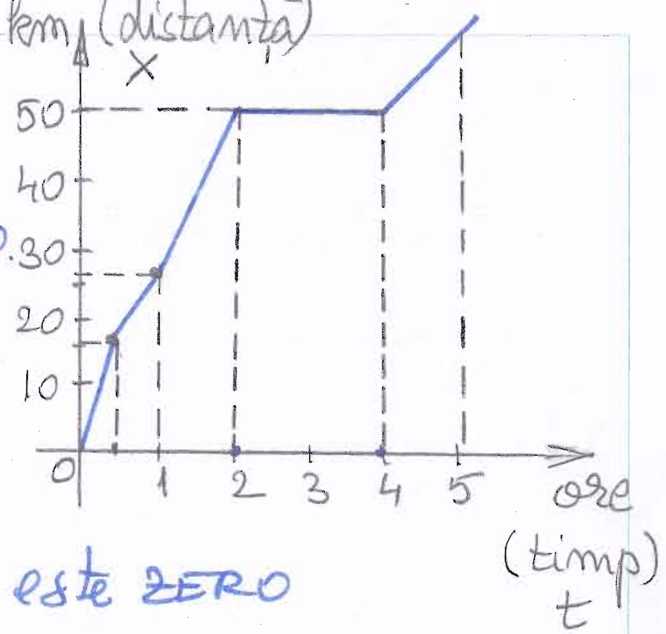
A'B'C' = Δ echilateral

($\forall$) muchie este $\perp$ pe baze

$B'C' \parallel BC \Rightarrow \sphericalangle(AB, B'C')=\sphericalangle(AB, BC)$

$\sphericalangle(AB, BC)=\sphericalangle(ABC)$ și are măsura 60°.

⑥ Vehiculul staționează în perioadele de timp în care viteza lui este ZERO.



$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Delta x = 0$

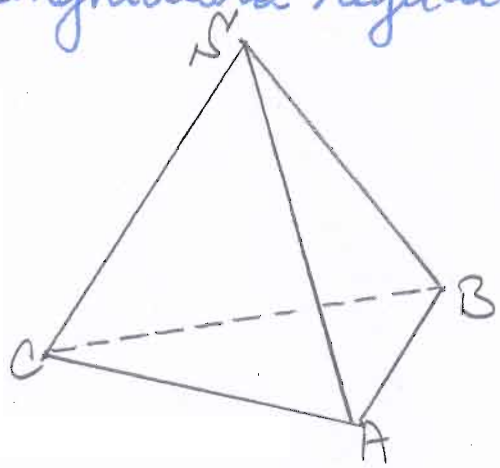
Adică în perioadele de timp în care deplasarea este ZERO

Se observă pe grafic că între ora 2 și ora 4, vehiculul se află la aceeași distanță de 50 km față de reperul „0", deci în această perioadă de timp vehiculul nu s-a deplasat.

Vehiculul staționează 4h - 2h = 2h (două ore)

Subiectul 2

① Desenați o piramidă triunghiulară regulată de vârf S și bazei ABC.



② fie x = numărul cărților de matematică
y = — „ — „ — literatură

$\begin{cases} x+y=10 & |\cdot(-7) \\ 7\cdot x+9\cdot y=76 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -7x-7y=-70 \\ 7x+9y=76 \end{cases} \Big| +$

$0+2y=6 \Rightarrow \boxed{y=3}$ ②

Dacă $y=3 \Rightarrow x = 10 - y \Rightarrow \boxed{x=7}$

Au fost cumpărate 7 cărți de matematică.

③ fie S = suma de bani

ⓐ în prima zi se cheltuie $30\% \cdot S$

în a doua zi se cheltuie $40\% \cdot S$

în a treia zi se cheltuie $\frac{1}{4} \cdot S = \frac{25}{100} \cdot S = 25\% \cdot S$

$(25\%) \cdot S < (30\%) \cdot S < (40\%) \cdot S$

În a treia zi se cheltuiește cel mai puțin.

ⓑ $S = (30\%) \cdot S + (40\%) \cdot S + (25\%) \cdot S + 100$ lei

$\Rightarrow S \cdot (1 - 30\% - 40\% - 25\%) = 100$ lei

$\Rightarrow S = \frac{100 \text{ lei}}{100\% - 95\%} = \frac{100 \text{ lei}}{5\%} = \frac{100}{\frac{5}{100}}$ lei

$\Rightarrow S = \frac{10000}{5}$ lei $\Rightarrow \boxed{S = 2000 \text{ lei}}$

④ Reprezentați grafic funcția

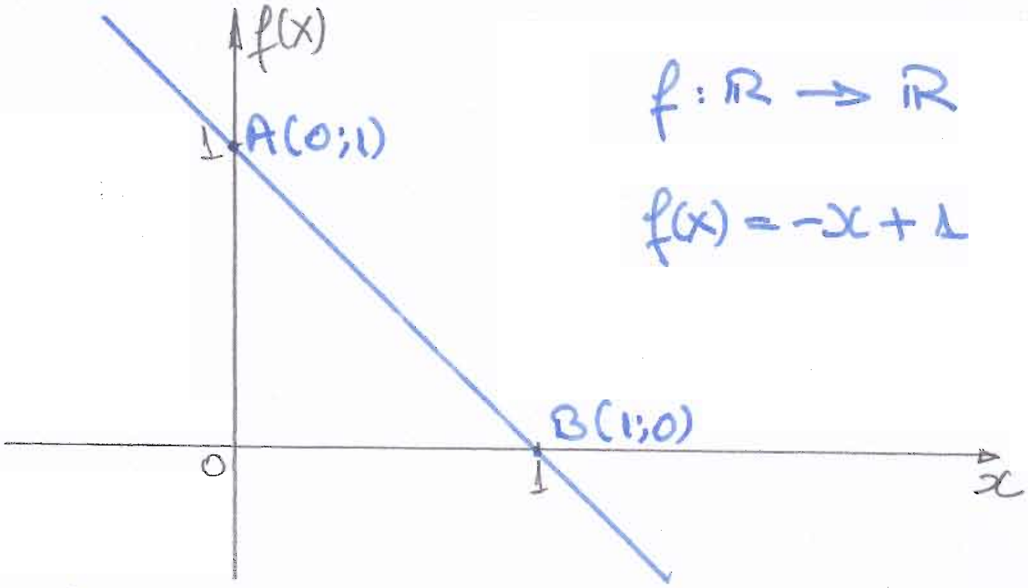
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x) = -x + 1$

fie $x_0 = 0 \Rightarrow f(x_0) = 1 \Rightarrow$ graficul va trece prin $A(0;1)$

fie $x_1 = 1 \Rightarrow f(x_1) = 0 \Rightarrow$ —//— //— $B(1;0)$

Graficul funcției f, va coincide cu dreapta AB.



$f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x) = -x + 1$

⑤ Arătați că numărul p este natural

$p = (\sqrt{5}+\sqrt{2})^2 - \sqrt{2}\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{2}) - \sqrt{5}\cdot(\sqrt{2}-2\cdot\sqrt{5})$

$p = (\sqrt{5})^2 + 2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - \sqrt{2}\cdot\sqrt{5} - \sqrt{2}\cdot\sqrt{2} - \sqrt{5}\cdot\sqrt{2} + 2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}$

$p = 5 + 2\cdot\sqrt{10} + 2 - \sqrt{10} - 2 - \sqrt{10} + 2\cdot 5$

$p = 5 + 2 - 2 + 10 + 2\cdot\sqrt{10} - 2\cdot\sqrt{10}$

$\left.\begin{array}{l} p = 15 \\ 15 \in \mathbb{N} \end{array}\right\} \Rightarrow$ p este un număr natural

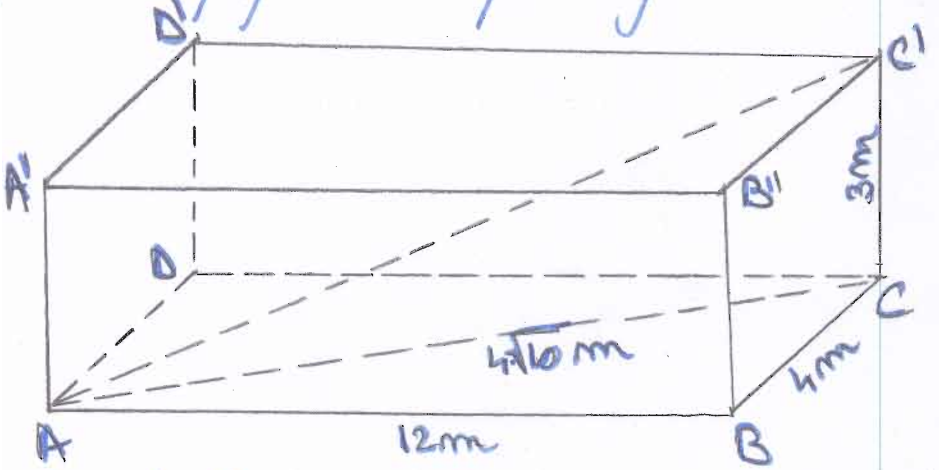
Subiectul 3

① ABCDA'B'C'D' = paralelipiped dreptunghic

AB = 12 m

BC = 4 m

AA' = 3 m



ⓐ calculați distanța dintre punctele A și C'.

ΔABC = triunghi dreptunghic cu $m(\widehat{ABC})=90^\circ$

T. Pitagora $\Rightarrow AC^2 = AB^2+BC^2 \Rightarrow AC=\sqrt{AB^2+BC^2}$

Numeric $\Rightarrow AC=\sqrt{12^2+4^2}=\sqrt{144+16}=\sqrt{160}=\sqrt{16\cdot 10}$ m

$\Rightarrow \boxed{AC=4\cdot\sqrt{10}\text{ m}}$

$CC' \equiv AA'$

$\left.\begin{array}{l} CC'\perp BC \\ CC'\perp DC \end{array}\right\} \Rightarrow CC'\perp AC$ în punctul C $\Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta ACC'$ = triunghi dreptunghic cu $m(\widehat{ACC'})=90^\circ$

T. Pitagora $\Rightarrow AC'^2 = AC^2+CC'^2 \Rightarrow AC'=\sqrt{AC^2+CC'^2}$

Numeric $\Rightarrow AC'=\sqrt{160+9}$ m $=\sqrt{169}$ m $=13$ m

$\Rightarrow \boxed{AC'=13\text{ m}}$

ⓑ Calculați aria laterală:

Fie $S_{lat.}$ = aria laterală

$\left.\begin{array}{l} S_{lat} = \text{Perimetru bazei} \cdot h_{paralelipiped} \\ \text{Perimetrul bazei} = 2\cdot AB + 2\cdot BC \\ h_{paralelipiped} = AA' \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{S_{lat}=2\cdot(AB+BC)\cdot AA'}$

Numeric:

$S'_{lat}=2\cdot(12\text{ m}+4\text{ m})\cdot 3\text{ m}=96\text{ m}^2$

$\boxed{S_{lat}=96\text{ m}^2}$

c) În bazin se află 96000 litri de apă.
Calculați înălțimea la care se ridică apa în bazin.

Fie h_1 = înălțimea (nivelul) la care se ridică apa.
Volumul apei din bazin este:

$$\left.\begin{array}{l} V_{apă} = h_1 \cdot S_{bazei} \\ S_{bazei} = S_{ABCD} = AB \cdot BC \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{h_1 = \frac{V_{apă}}{AB \cdot BC}}$$

Transformăm volumul din „litri" în „m^3"

$$\begin{cases} V_{apă} = 96000 \text{ litri} \\ 1 \text{ litru} = 1 dm^3 = (0{,}1 m)^3 = \left(\frac{1}{10} m\right)^3 = \frac{1 m^3}{1000} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{apă} = 96000 \cdot \frac{1 m^3}{1000} \Rightarrow \boxed{V_{apă} = 96 m^3}$$

Numeric:

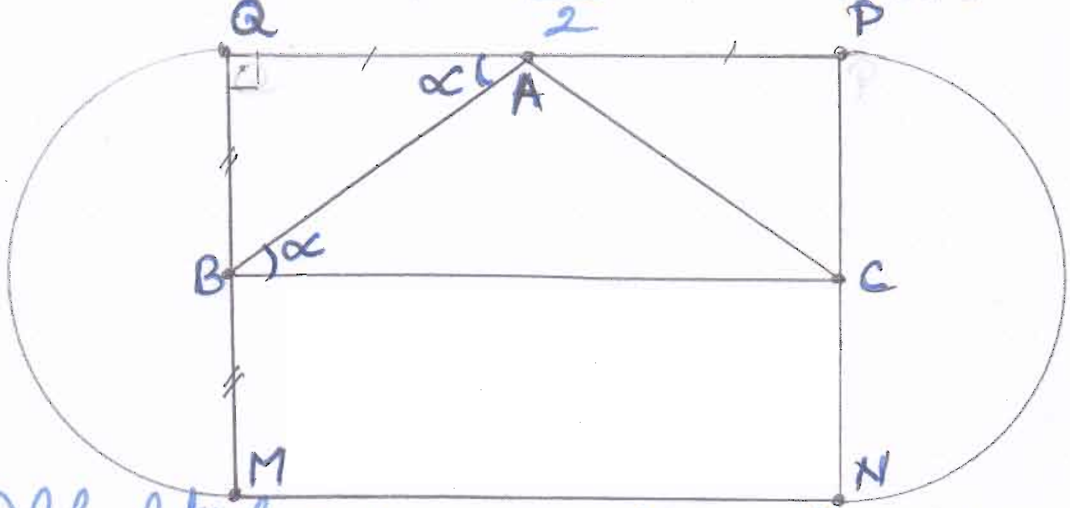
$$h_1 = \frac{96 m^3}{(12 m)\cdot(4 m)} = \frac{96}{48} \cdot \frac{m^3}{m^2} = 2 m$$

$$\Rightarrow \boxed{h_1 = 2m}$$

(2) schita unui patinoar format dintr-un dreptunghi MNPQ şi două semicercuri ca în figura de mai jos

$MN = 40m$

$NP = 30m \Rightarrow r = \frac{NP}{2} \Rightarrow r = 15m$



(a) Calculaţi lungimea unui gard care înconjoară patinoarul (lungimea minimă):

$L = L_{semicerc\,1} + MN + L_{semicerc\,2} + PQ$

$\left.\begin{array}{l} L = L_{cerc} + 2 \cdot MN \\ L_{cerc} = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot NP \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{L = \pi \cdot NP + 2 \cdot MN}$

Numeric:

$\pi \approx 3,14 \Rightarrow L \approx 3,14 \cdot 30m + 2 \cdot 40m$

$\Rightarrow \boxed{L \approx 174,2\ m}$

(b) Verificaţi dacă aria suprafeţei patinoarului este mai mică decât $2000\ m^2$

$Aria = Aria_{semicerc1} + Aria_{MNPQ} + Aria_{semicerc2}$

$$\left.\begin{array}{l} Aria = Aria_{cerc} + Aria_{MNPQ} \\ Aria_{cerc} = \pi \cdot R^2 = \frac{\pi}{4} \cdot NP^2 \\ Aria_{MNPQ} = MN \cdot NP \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{Aria = NP \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot NP + MN\right)}$$

Numeric

$\pi = 3,1415\ldots$

$Aria \approx 30m \cdot \left(\frac{3,1415}{4} \cdot 30m + 40m\right)$

$Aria \approx 30m \cdot (3,1415 \cdot 7,5m + 40m)$

$Aria \approx 30m \cdot (63,56125m)$

$Aria \approx 1906,838 m^2$

Se verifică afirmația că aria suprafeței patinoarului este mai mică de $2000 m^2$.

c) B și C sunt mijloacele segmentelor [MQ] și [NP] iar A este mijlocul segmentului [PQ]. Calculați: $\sin(\sphericalangle ABC)$

$$\left.\begin{array}{l} BQ \equiv BM \\ CP \equiv CN \\ MNPQ = \text{dreptunghi} \end{array}\right\} \Rightarrow BC \parallel QP \Rightarrow \widehat{ABC} \equiv \widehat{QAB}$$

$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{QB}{AB}$ în triunghiul dreptunghic AQB.

$AB = \sqrt{QA^2 + QB^2}$ (din T. Pitagora în $\triangle AQB$)

Numeric $\Rightarrow AB = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625} \Rightarrow \boxed{AB = 25m}$

$$\left.\begin{array}{l} \sin\alpha = \dfrac{QB}{AB} \\ QB = \dfrac{MQ}{2} = \dfrac{NP}{2} = 15m \\ AB = 25m \end{array}\right\} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{15m}{25m}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sin\alpha = \frac{3}{5}}$$