

Rezolvarea testului de evaluare matematică ce a fost sustinut de elevii claselor a VIII-a în data de 24.VI.2015 la proba scrisă „Matematică”.

Subiectul 1

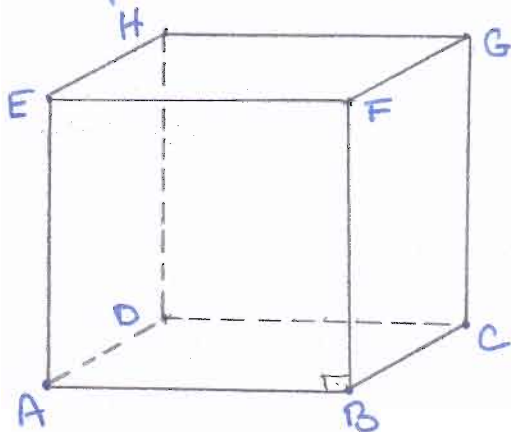
① $10 \cdot 2 - 20 = 20 - 20 = 0$

② $\frac{a}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{4 \cdot 3}{2} \Rightarrow a = 6$

③ Cel mai mare număr natural care aparține intervalului $[1; 5]$ este egal cu 5.

④ Un pătrat are lungimea unei laturi $l = 6$ cm.
Perimetrul pătratului este $p = 4 \cdot l \Rightarrow$
 $p = 4 \cdot 6$ cm $\Rightarrow p = 24$ cm

⑤ Se consideră cubul ABCDEFGH, ca în figura de mai jos. Măsura unghiului determinat de dreptele AB și BF este egală cu 90° .



ABFE = pătrat

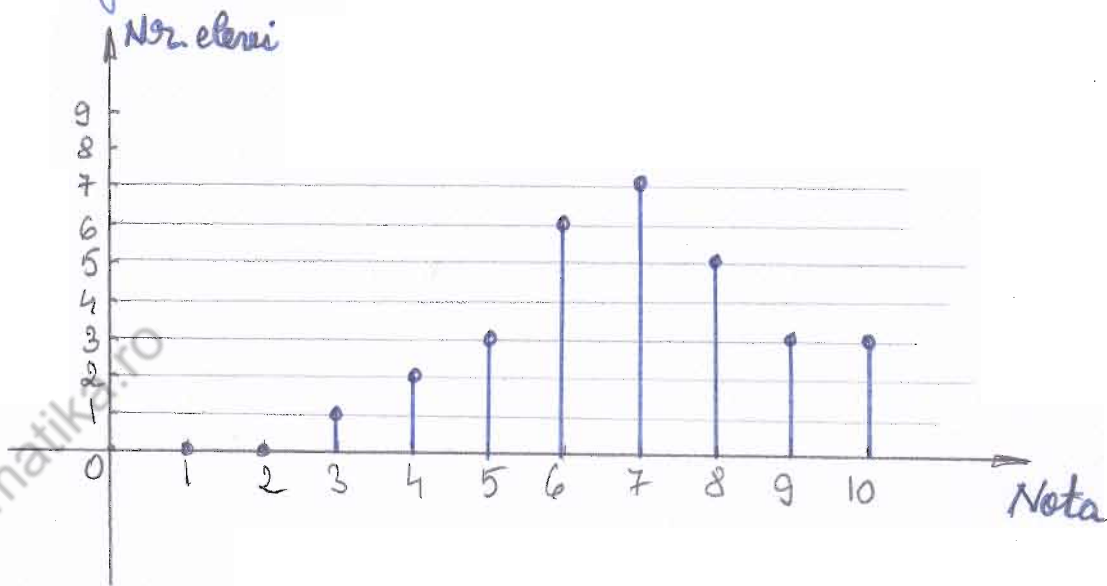


$AB \perp BF$

$m(\widehat{ABF}) = 90^\circ$

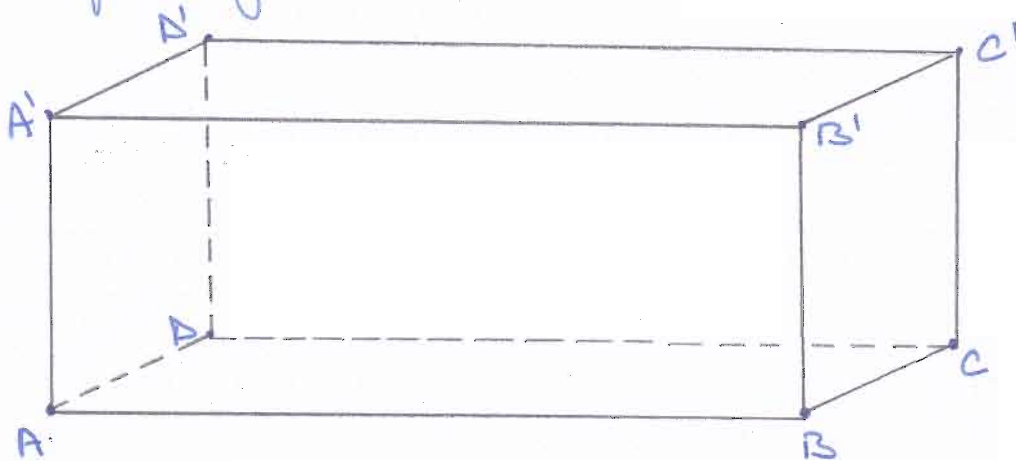
⑥ În diagrama de mai jos este reprezentată repartiția elevilor unei clase a VIII-a în funcție de notele obținute la testul de matematică din semestrul al II-lea.

Numărul elevilor ce a obținut nota 10 este egal cu 3.



Subiectul 2

① Desenați pe foaia de examen un paralelipiped dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$



② Calculați media aritmetică m_a , a numerelor de două cifre, multipli ai lui 40.

②

Numerele din două cifre ce sunt multiplii lui 40 sunt numerele 40 și 80.

$$m_a = \frac{40+80}{2} \Rightarrow m_a = 60$$

- ③ Mihai a cheltuit o sumă de bani în două zile. În prima zi a cheltuit 30% din sumă, iar în a doua zi a cheltuit restul de 35 lei. Calculați ce sumă de bani a cheltuit în prima zi.

Notăm cu x = suma totală ce a cheltuit Mihai în cele două zile.

$$30\% \cdot x + 35 \text{ lei} = x \Rightarrow x = \frac{35 \text{ lei}}{(1 - 30\%)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{35 \text{ lei}}{70\%} = \frac{35 \text{ lei}}{\frac{70}{100}} = \frac{3500 \text{ lei}}{70}$$

$$\Rightarrow x = 50 \text{ lei}$$

În prima zi, Mihai va cheltui $30\% \cdot x$, adică $30\% \cdot 50 \text{ lei} = \frac{30}{100} \cdot 50 \text{ lei} = 15 \text{ lei}$

- ④ Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$

a) Calculați $f(-2)$

$$f(-2) = -2 + 2 = 0$$

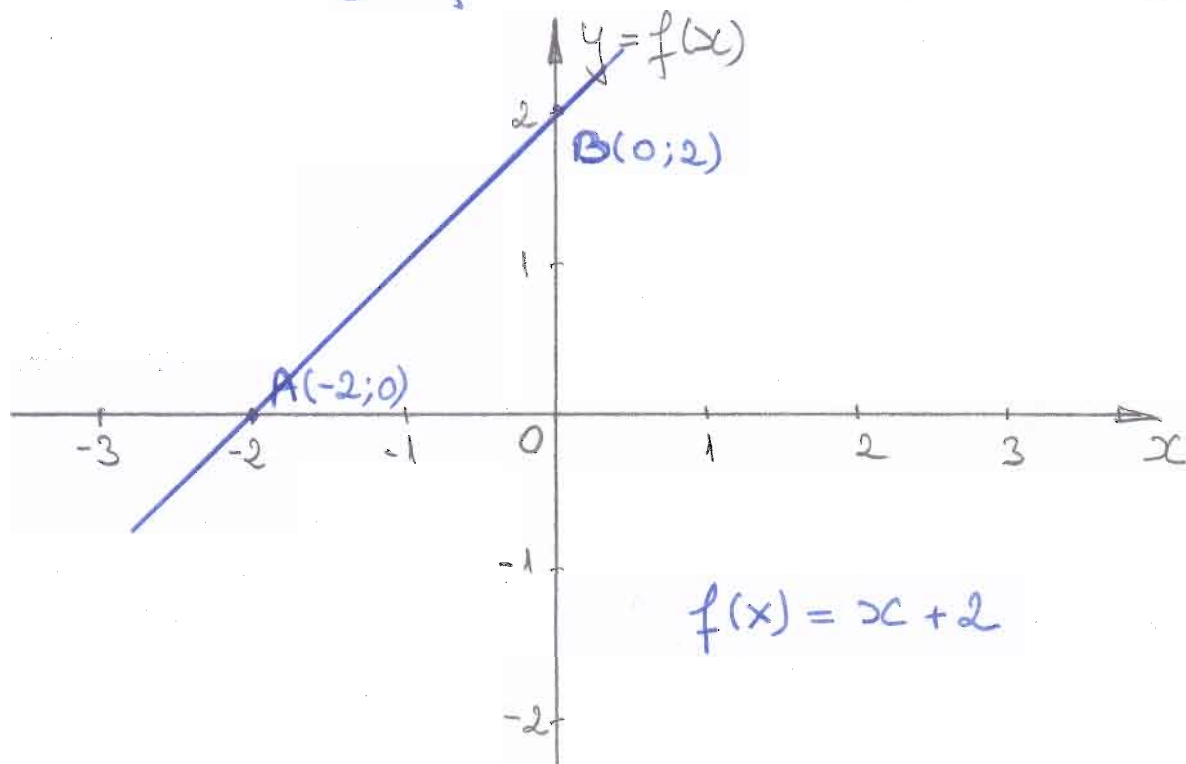
b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate $x'Oy$.

Functia f este de gradul I \Rightarrow graficul ei va fi reprezentat de o dreaptă în sistemul xOy .
Se știe faptul că prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una \Rightarrow vom determina convenabil coordonatele a două puncte diferite A și B din sistemul de coordonate xOy care aparțin graficului funcției $f \Rightarrow$ graficul funcției f va fi dreapta care trece prin punctele A și B .

Considerăm x_0 și y_0 coordonatele punctului A .
Considerăm x_1 și y_1 coordonatele punctului B .

Notăm $A(x_0; y_0)$ și $B(x_1; y_1)$

Fie $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = f(x_0) = -2 + 2 = 0 \Rightarrow A(-2; 0)$
 $x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = f(x_1) = +0 + 2 = 2 \Rightarrow B(0; 2)$



⑤ Arătați că următoarea expresie $E(x) = -1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} - \{-1; 0; 7\}$

$$E(x) = \frac{x^2 - 49}{x^2 - 7x} - \frac{2x + 7}{x^2 + x} \cdot \frac{1}{x + 1}, \text{ cu } \begin{cases} x \neq 7 \\ x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

$$E(x) = \frac{x^2 - 7^2}{x \cdot (x - 7)} - \frac{2x + 7}{x(x + 1)} \cdot \frac{x + 1}{1}$$

$$E(x) = \frac{(x - 7) \cdot (x + 7)}{x \cdot (x - 7)} - \frac{2x + 7}{x}$$

$$E(x) = \frac{x + 7}{x} - \frac{2x + 7}{x}$$

$$E(x) = \frac{x + 7 - 2x - 7}{x}$$

$$E(x) = \frac{-x}{x}$$

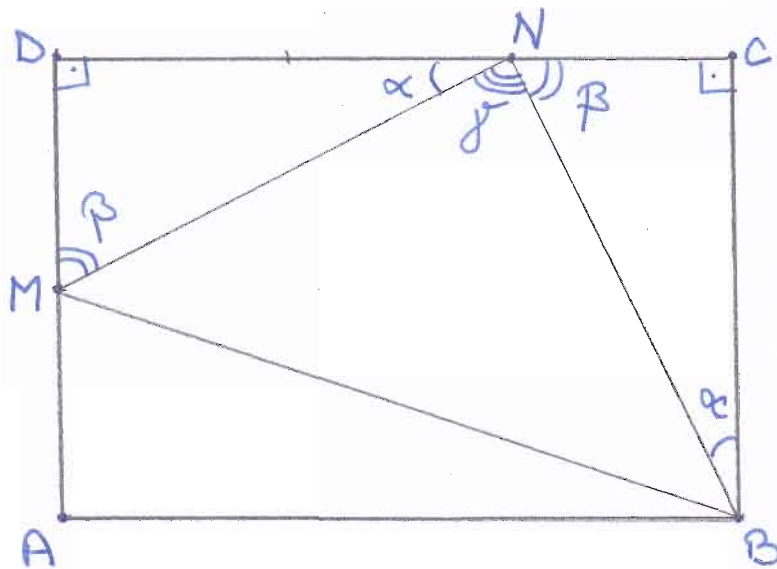
$$E(x) = -1, (\forall) x \in \mathbb{R} - \{-1; 0; 7\}$$

Subiectul 3

① În desenul alăturat este desenată schița unui teren în formă de dreptunghi ABCD cu $AB = 150\text{m}$ și $AD = 100\text{m}$. Se știe că punctul M este mijlocul laturii AD iar punctul N este situat pe latura DC astfel încât $DN = 2 \cdot NC$

Concluzie:

- Aria $ABCD = 1,5\text{ha}$
- $\triangle MNB = \text{isoscel}$
- $m(\widehat{MN, NB}) = ?$



$AB = 150 \text{ m}$
 $AD = 100 \text{ m}$
 $ABCD =$
 dreptunghi

a) $\text{Aria}_{ABCD} = AB \cdot AD$

Numeric

$\text{Aria}_{ABCD} = (150 \text{ m}) \cdot (100 \text{ m}) = 15000 \text{ m}^2$
 Se stie ca $10000 \text{ m}^2 = 1 \text{ ha}$

$\Rightarrow \text{Aria}_{ABCD} = 1,5 \text{ ha}$

b) Notam cu x lungimea segmentului NC

$NC = x$

$DN = 2 \cdot NC \Rightarrow DN = 2 \cdot x$

$DC = DN + NC \Rightarrow DC = 3 \cdot x$

Se stie ca $DC = AB = 150 \text{ m}$

$\Rightarrow x = 50 \text{ m}$

$\Rightarrow \begin{cases} NC = 50 \text{ m} \\ DN = 100 \text{ m} \end{cases}$

$M = \text{mijlocul lui } DA \Rightarrow DM = \frac{DA}{2} = 50 \text{ m}$

$ABCD = \text{dreptunghi} \Rightarrow m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{BCD}) = 90^\circ \Rightarrow$
 În baza criteriului de congruență „cotetă-cotetă”
 $\Rightarrow \triangle DMN \equiv \triangle CNB$ deoarece

$$\Downarrow$$

$$MN = NB$$

$$\left\{ \begin{array}{l} DM = CN = 50 \text{ m} \\ DN = CB = 100 \text{ m} \\ m(\widehat{MDN}) = m(\widehat{NCB}) = 90^\circ \end{array} \right.$$

\Downarrow
 Triunghiul MNB este isoscel.

c) Notăm ce:

$\gamma =$ măsura unghiului format de dreptele MN și BN

$\alpha = m(\angle DMN)$

$\beta = m(\angle DMN)$

La punctul b) s-a demonstrat că $\triangle DMN \equiv \triangle CNB \Rightarrow$

$$\widehat{DMN} \equiv \widehat{CNB} \Rightarrow m(\angle CNB) = \beta$$

$$\widehat{DNM} \equiv \widehat{CBN} \Rightarrow m(\angle CBN) = \alpha$$

Se știe că suma măsurilor unghiurilor în jurul
 unui punct, de aceeași parte a unei drepte este 180°
 \Rightarrow în jurul punctului N , de aceeași parte a dreptei
 DC vom avea: $\alpha + \gamma + \beta = 180^\circ$

În $\triangle DMN$, dreptunghiic avem $\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ$

$$(\alpha + \beta) + \gamma = (\alpha + \beta) + 90^\circ \Rightarrow \gamma = 90^\circ$$

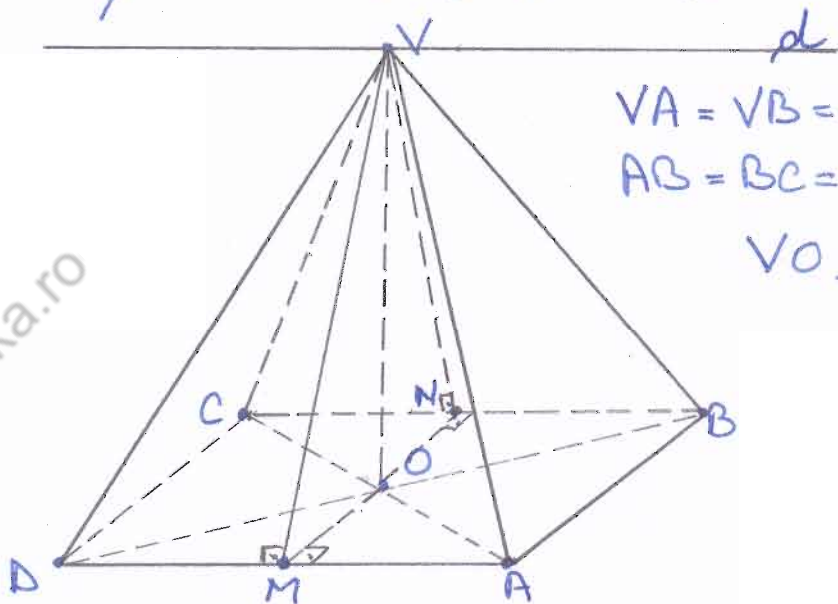
② În figura alăturată este reprezentată o
 piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu $VA = 3\sqrt{5} \text{ dm}$
 și $AB = 6 \text{ dm}$. Se știe că $M =$ mijlocul laturii AD . ⑦

Concluzie

a) $VM = 6 \text{ dm}$

b) Calculați câte grame de vopsea sunt necesare pentru vopsirea suprafeței laterale a piramidei dacă se cunoaște faptul că vopsirea unui dm^2 se folosesc 30 grame de vopsea.

c) demonstrați că sinusul unghiului format dintre planele (VAD) și (VBC) este egal cu $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



$$VA = VB = VC = VD = 3\sqrt{5} \text{ dm}$$

$$AB = BC = CD = DA = 6 \text{ dm}$$

$$VO \perp (ABCD)$$

Matematika.ro

a) $\left. \begin{array}{l} \triangle VDA = \text{triunghi isoscel} \\ M = \text{mijlocul lui } DA \end{array} \right\} \Rightarrow VM \perp DA \Rightarrow$

$\triangle VMD$ este dreptunghic în M . \Rightarrow Aplicăm Teorema lui Pitagora \Rightarrow vom avea:

$$VD^2 = VM^2 + DM^2 \Rightarrow VM = \sqrt{VD^2 - DM^2}$$

Numerice:

$$VD = VA = 3\sqrt{5} \text{ dm}$$

$$DM = \frac{DA}{2} = \frac{6 \text{ dm}}{2} = 3 \text{ dm}$$

$$\Rightarrow VM = \sqrt{(3\sqrt{5} \text{ dm})^2 - (3 \text{ dm})^2}$$

$$\Rightarrow VM = \sqrt{9 \cdot 5 - 9} \text{ dm} = \sqrt{9 \cdot 4} \text{ dm} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} \text{ dm}$$

$$\Rightarrow VM = 3 \cdot 2 \text{ dm} \Rightarrow VM = 6 \text{ dm.}$$

b) Aria laterală a piramidei $VABCD$ e notăm cu „ A ”. Vom avea:

$$A = 4 \cdot \left(\frac{VM \cdot AD}{2} \right)$$

Numeric

$$VM = 6 \text{ dm}$$

$$AD = 6 \text{ dm}$$

$$\Rightarrow A = 4 \cdot \frac{(6 \text{ dm}) \cdot (6 \text{ dm})}{2}$$

$$\Rightarrow A = 72 \text{ dm}^2$$

Notăm cu „ m ” masa vopselei necesare pentru a vopsi suprafața laterală a piramidei $VABCD$.

Vom folosi faptul că masa vopselei folosite este o mărime direct proporțională cu suprafața laterală a piramidei.

$$\begin{array}{l} m \dots\dots\dots A \\ 30 \text{ g} \dots\dots\dots 1 \text{ dm}^2 \end{array}$$

$$\Rightarrow m = \frac{30 \text{ g} \cdot A}{1 \text{ dm}^2} \Rightarrow m = \frac{30 \text{ g} \cdot 72 \text{ dm}^2}{1 \text{ dm}^2}$$

$$\Rightarrow m = 2160 \text{ grame}$$

c) Fie dreapta $d = (VAD) \cap (VBC)$

Se cunoaște faptul că dacă două drepte paralele a și b sunt situate respectiv în două plane α și β , care se intersectează după o dreaptă d , atunci d este paralelă cu a și cu b .

Transpunem conținutul acestei teoreme ajutătoare la problema noastră și vom avea:

$$\left. \begin{array}{l} AD \parallel BC \quad (\text{deoarece } ABCD = \text{patrat}) \\ AD \subset (VAD) \\ BC \subset (VBC) \\ d = (VAD) \cap (VBC) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$d \parallel AD \text{ și } d \parallel BC$$

Fie N = mijlocul lui $BC \Rightarrow$ se poate demonstra în mod analogic cu punctul a că $VN \perp BC$

$$\left. \begin{array}{l} VM \perp AD \\ AD \parallel d \end{array} \right\} \Rightarrow MV \perp d \quad (\text{în punctul } V)$$
$$\left. \begin{array}{l} VN \perp BC \\ BC \parallel d \end{array} \right\} \Rightarrow NV \perp d \quad (\text{în punctul } V)$$

\Rightarrow deoarece $(MV) \subset (VAD)$ și $(NV) \subset (VBC) \Rightarrow$

\Rightarrow unghiul format dintre planele (VAD) și (VBC) coincide cu unghiul \widehat{MVN} .

La punctul a) A-a demonstrat că lungimea segmentului VM este 6 dm . În mod analogic se poate demonstra că $VN = 6 \text{ dm}$.

$MN \perp AD$ și $MN \perp BC \Rightarrow MN \parallel AB \Rightarrow$
 $MABN = \text{dreptunghi} \Rightarrow MN = AB = 6 \text{ dm}$.

$VM = VN = MN = 6 \text{ dm} \Rightarrow$ triunghiul VMN este un triunghi echilateral $\Rightarrow m(\angle MVN) = 60^\circ$

Se cerește faptul că $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow \sin(\angle VAD, \angle VBC) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Matematica.ro